



ΤΑΞΗ : Β'
ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2005

ΜΑΘΗΜΑ
ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
Γ. ΚΑΡΙΠΙΔΗΣ

1ο ΘΕΜΑ

A. α. Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$.
(Μονάδες 6)

β. Αν $\vec{a} = (\chi_1, \psi_1)$ $\vec{\beta} = (\chi_2, \psi_2)$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα γράψτε τον τύπο που δίνει το συνημίτονο της γωνίας θ που σχηματίζουν τα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$
(Μονάδες 6)

B. α. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι Σωστή (Σ) και ποια Λάθος (Λ).

1. Το $(\vec{a} \cdot \vec{\beta}) \cdot \vec{\gamma}$ παριστάνει διάνυσμα. (Μονάδες 2)

2. Μπορούμε να γράφουμε: $\vec{a} (\vec{u} \cdot \vec{v}) = (\vec{a} \cdot \vec{u}) \vec{v}$. (Μονάδες 2)

3. Αν $\vec{a} = (3, 5)$ και $\vec{\beta} = (\frac{1}{3}, -\frac{1}{5})$ τότε $\vec{a} \perp \vec{\beta}$. (Μονάδες 2)

β. Κυκλώστε την σωστή επιλογή:

Τα διανύσματα $\vec{a} = (\lambda, 4)$ και $\vec{\beta} = (\lambda - 4, 1)$ είναι κάθετα.

Ο πραγματικός αριθμός λ ισούται με

A. 0 B. - 2 Γ. 2 Δ. 4 E. $\frac{1}{4}$ (Μονάδες 7)

2ο ΘΕΜΑ

Δίνονται τα σημεία **A (1, 3)** και **B (3, - 3)**.

- α) Να βρεθούν οι συντεταγμένες του μέσου **M** του ευθυγράμμου τμήματος **AB**.
(Μονάδες 5)
- β) Να βρεθεί ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας **AB**. (Μονάδες 5)
- γ) Να βρεθεί η εξίσωση της μεσοκαθέτου ευθείας του ευθύγραμμου τμήματος **AB**.
(Μονάδες 5)
- δ) Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου που έχει κορυφές την αρχή των αξόνων και τα σημεία **A** και **B**.
(Μονάδες 5)
- ε) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το μέσο του **AB** και ακτίνα την απόσταση του **M** από την αρχή των αξόνων. (Μονάδες 5)

3ο ΘΕΜΑ

A. Να αποδείξετε ότι το γινόμενο δύο περιττών ακεραίων αριθμών είναι περιττός ακέραιος αριθμός.

(Μονάδες 10)

B. Να αποδείξετε ότι αν ο a είναι ακέραιος, τότε και ο $\frac{a(a^2 - 1)}{2}$ είναι ακέραιος.

(Μονάδες 15)

4ο ΘΕΜΑ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$ (1) και η ευθεία $\epsilon: y = x - 3$.

- α. Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο του οποίου να βρείτε το κέντρο **K** και την ακτίνα ρ .
(Μονάδες 5)
- β. Να αποδείξετε ότι η ευθεία εφάπτεται του παραπάνω κύκλου και στη συνέχεια να βρείτε το σημείο επαφής **A**.
(Μονάδες 10)
- γ. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το σημείο επαφής **A** και ακτίνα την απόσταση $d(K, \epsilon)$.
(Μονάδες 10)

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Ο ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Γ. ΚΑΡΙΠΙΔΗΣ